Baccalauréat série STL

Mathématiques

Juin 2002

Exercice 1.

Des étudiants en agronomie procèdent au croisement de deux variétés de pois, l'une ayant des graines jaunes et lisses, l'autre des graines vertes et ridées. En première génération, F_1, les graines obtenues sont toutes semblables entre elles, elles sont jaunes et lisses. L'expérience est poursuivie. Les étudiants croisent entre eux les individus de la génération F_1 pour obtenir la génération F_2. L'observation de $5\,431$ graines issues de la génération F_2 montre :

— $4\,069$ graines jaunes dont $3\,057$ lisses.
— 341 graines vertes et ridées.

1) Reproduire et compléter le tableau suivant (on ne justifiera pas les résultats) :

	Graines jaunes	Graines vertes	Total
Graines lisses			
Graines ridées			
Total			$5\,431$

Dans les questions suivantes, les résultats seront donnés sous forme décimale arrondie à 10^{-3} près.

2) On tire au hasard une graine parmi les $5\,431$ de cet échantillon, tous les tirages étant équiprobables.
Calculer la probabilité des événements suivants :
A : « la graine est jaune ».
B : «la graine est lisse ».

3) On considère les événements suivants : $A \cap B$; $A \cup B$; $\overline{A}$ et $\overline{A} \cap \overline{B}$ où $\overline{A}$ et $\overline{B}$ désignent les événements contraires respectifs de A et B.
Définir chacun de ces événements par une phrase, puis calculer leur probabilité.

4) On prend, au hasard, une graine jaune.
Quelle est la probabilité de l'événement C « la graine est ridée » ?

Exercice 2.

Protozoaire : être vivant unicellulaire, classé traditionnellement dans le règne animal. (dictionnaire Le Petit Robert)

On étudie l'évolution d'une colonie de protozoaires placés dans un milieu limité.
Le nombre $f(t)$ de protozoaires dépend du temps, exprimé en heures, selon la relation : $\dfrac{10^3}{1+4\,e^{-0,5\,t}}$ pour tout t appartenant à l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$.

C désigne la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthogonal.

Unités graphiques :
- 1 cm pour 1 heure sur l'axe des abscisses.
- 1 cm pour 100 protozoaires sur l'axe des ordonnées.

1) a – Etudier la limite de $f(t)$ quand t tend vers $+\infty$.
b – En déduire que C admet une asymptote dont on précisera une équation.

2) On note f' la dérivée de f.
a – Démontrer que pour tout nombre réel positif t, $f'(t) = \dfrac{2000\,e^{-0,5\,t}}{(1+4\,e^{-0,5\,t})^2}$.

b – Déterminer le signe de $f'(t)$ sur $[0\,;\,+\infty[$.

c – Etablir le tableau de variation de f.

3) Compléter, après l'avoir reproduit, le tableau suivant. Les valeurs de $f(t)$ seront arrondies à l'unité près.

t	0	1	2	4	6	8	9	10
$f(t)$								

4) Tracer la courbe C et son asymptote.

5) Calculer l'instant t_0 où le nombre de protozoaires sera égal à 500.
Donner une valeur approchée de t_0 à une minute près.

6) Déterminer graphiquement au bout de combien de temps, cette colonie de protozoaires dépassera 95 % de son taux de saturation qui s'élève à 1 000 individus.

(On fera apparaître sur la figure les constructions utiles.)