Ordonnancement de tâches

Activités sur les sommets[1]

Données et résultats. Le tableau [*fig. 1*] indique les noms des tâches à accomplir dans la colonne 2. Pour chacune des tâches t, la durée est écrite dans la colonne 3 et les noms des tâches qui doivent être terminées avant que la tâche t ne commence sont indiqués dans la colonne 4.
Les valeurs des colonnes suivantes sont calculées à partir des données précédentes.
Lorsque la marge est nulle, la tâche est critique, retarder les dates de son exécution serait retarder la durée de tout le projet.
Si toutes les tâches sont exécutées entre leurs dates de début au plus tôt et de fin au plus tard, la durée du projet est de 302 unités de temps.

n	Tâche t_n	Durée d_n	Précédentes	Suivantes	Niveau r_n	Marge m_n	Début au plus tôt	Fin au plus tôt	Début au plus tard	Fin au plus tard
1	t_1	4		t_2	0	0	0	4	0	4
2	t_2	39	t_1	t_3	1	0	4	43	4	43
3	t_3	27	t_2	t_5	2	0	43	70	43	70
4	t_4	24		t_5	0	46	0	24	46	70
5	t_5	31	t_3, t_4	t_6	3	0	70	101	70	101
6	t_6	34	t_5	t_7, t_{13}	4	0	101	135	101	135
7	t_7	38	t_6	t_8	5	0	135	173	135	173
8	t_8	8	t_7	t_9, t_{16}	6	0	173	181	173	181
9	t_9	12	t_8	$t_{10}, t_{15}, t_{17}, t_{23}$	7	0	181	193	181	193
10	t_{10}	19	t_9	t_{11}, t_{21}	8	5	193	212	198	217
11	t_{11}	9	t_{10}	t_{18}, t_{19}, t_{22}	9	5	212	221	217	226
12	t_{12}	37		t_{21}, t_{24}, t_{29}	0	189	0	37	189	226
13	t_{13}	33	t_6	t_{20}, t_{21}	5	58	135	168	193	226
14	t_{14}	11		t_{19}, t_{22}	0	215	0	11	215	226
15	t_{15}	33	t_9	t_{20}, t_{21}, t_{22}	8	0	193	226	193	226
16	t_{16}	36	t_8	t_{20}, t_{28}	7	43	181	217	224	260
17	t_{17}	32	t_9	t_{20}, t_{26}	8	35	193	225	228	260
18	t_{18}	17	t_{11}	t_{20}, t_{26}	10	22	221	238	243	260
19	t_{19}	8	t_{11}, t_{14}	t_{20}, t_{26}	10	31	221	229	252	260
20	t_{20}	2	$t_{13}, t_{15}, t_{16}, t_{17}, t_{18}, t_{19}$	t_{24}	11	22	238	240	260	262
21	t_{21}	34	$t_{10}, t_{12}, t_{13}, t_{15}$	t_{26}	9	0	226	260	226	260
22	t_{22}	36	t_{11}, t_{14}, t_{15}	t_{24}, t_{27}, t_{29}	10	0	226	262	226	262
23	t_{23}	31	t_9	t_{24}, t_{26}	8	36	193	224	229	260
24	t_{24}	40	$t_{12}, t_{20}, t_{22}, t_{23}$		12	0	262	302	262	302
25	t_{25}	20		t_{26}	0	240	0	20	240	260
26	t_{26}	4	$t_{17}, t_{18}, t_{19}, t_{21}, t_{23}, t_{25}$	t_{27}, t_{28}	11	0	260	264	260	264
27	t_{27}	8	t_{22}, t_{26}		12	30	264	272	294	302
28	t_{28}	38	t_{16}, t_{26}		12	0	264	302	264	302
29	t_{29}	14	t_{12}, t_{22}		11	26	262	276	288	302

FIG. 1 – *Tableau des tâches*

Graphe. La figure [*fig. 2*] donne le graphe de la relation de précédence entre les différentes tâches.
Les 13 niveaux indiqués dans le tableau [*fig. 1*] se retrouvent sur le graphe, ils vont du niveau 0, en haut de la figure, au plus grand niveau 12, en bas. Les tâches critiques, dont les noms sont cerclés, sont disposées du niveau 0 au niveau 12, (mais qui pourrait être inférieur au niveau maximum dans un autre exemple). Les arcs ne reliant pas deux tâches critiques sont dessinés en pointillés.

Diagramme de Gantt. La figure [*fig. 3*] donne le diagramme de Gantt. Pour chacune des tâches, le segment indique les dates de début au plus tôt et de fin au plus tôt, la marque $+$ indique la date de fin au plus tard. Lorsque la tâche est critique, la marque $+$ est à l'extrémité supérieure du segment. La valeur de la marge est le laps de temps compris entre l'extrémité supérieure du segment et le signe $+$.

[1] L'exemple (données, traitement et solution) a été réalisé automatiquement par des moyens informatiques, il ne correspond pas à un problème réel d'ordonnancement. Le programme principal d'environ 300 lignes (génération aléatoire des données, calcul des niveaux, des tâches critiques, des dates et des marges) est écrit en AWK. Ce programme permettrait le traitement de problèmes plus importants (mais la durée varie comme le cube du nombre de tâches).
Les fichiers et commandes produits par le programme principal sont
- un fichier dans le langage de DOT pour l'obtention du diagramme sagittal du graphe,
- un fichier de données pour le diagramme de Gantt et une commande de traitement par GNUPLOT,
- un fichier LaTeX qui donne le document final.

Citons parmi les outils mathématiques et les algorithmes utilisés, la recherche de la fermeture transitive du graphe avant l'élimination de tous les raccourcis qui ne feraient que rendre moins lisible le graphe.

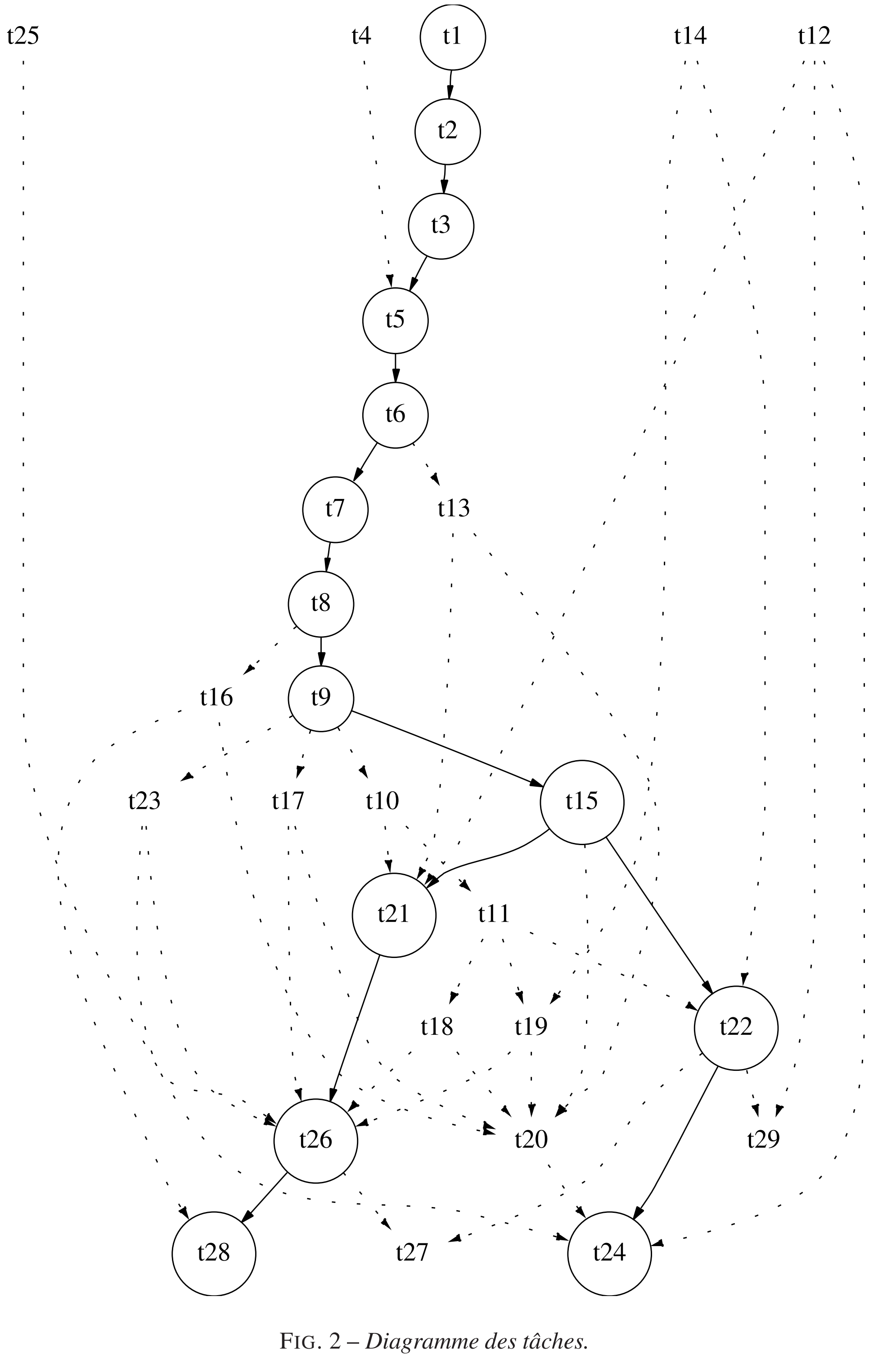

FIG. 2 – *Diagramme des tâches.*

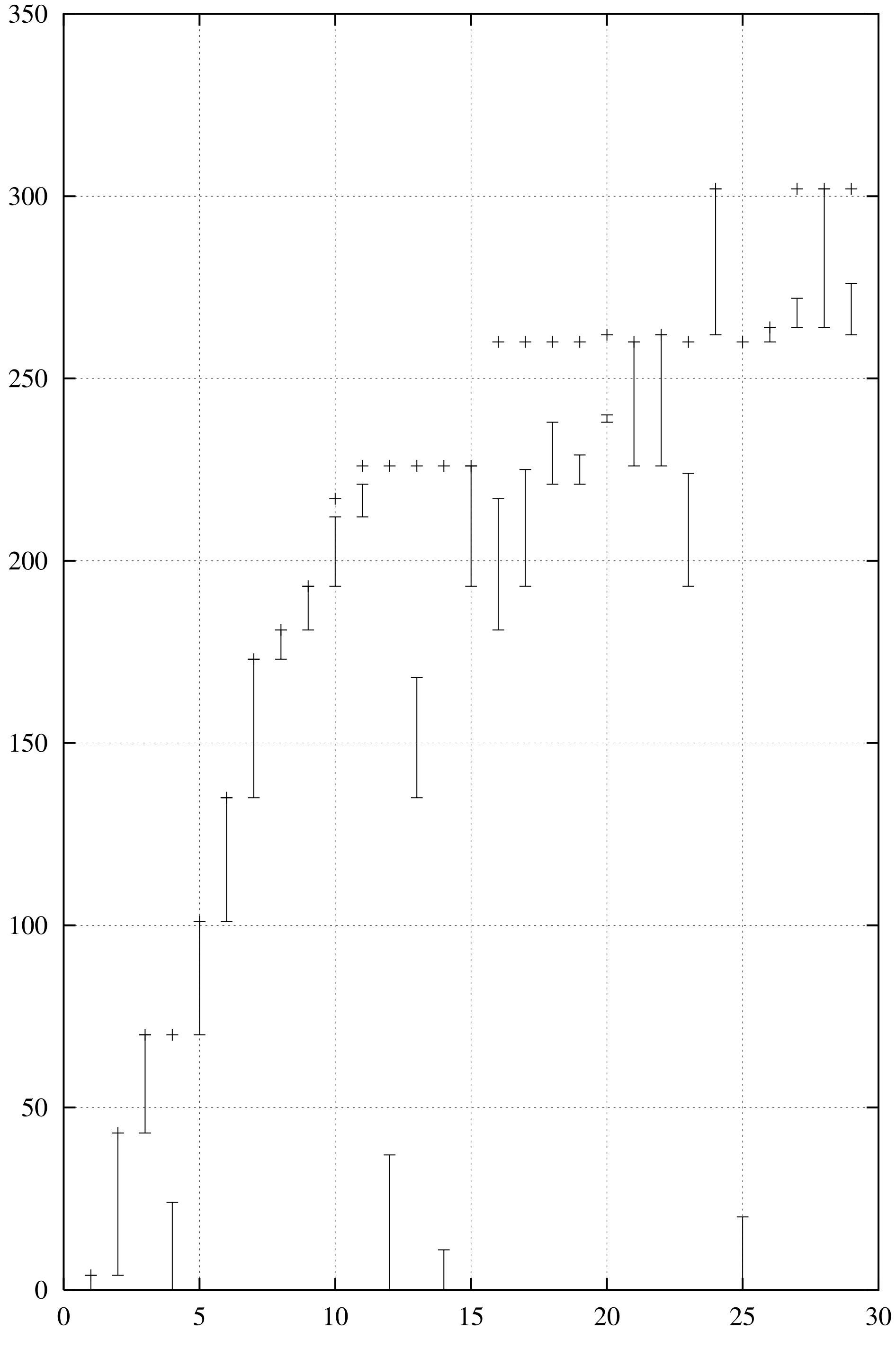

FIG. 3 – *Diagramme de Gantt.*